

# PROJETOS DE CONTROLADORES ROBUSTOS PARA UM SISTEMA LEVITADOR MAGNÉTICO.

**Ian da Silva Viganó<sup>1</sup>; Márcia Lissandra Machado Prado<sup>2</sup>**

1. Bolsista PIBIC/FAPESB, Graduando em Engenharia de Computação, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: [ians028@gmail.com](mailto:ians028@gmail.com)

2. Orientador, Departamento de tecnologia, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: [marcia.lissandra@gmail.com](mailto:marcia.lissandra@gmail.com)

**PALAVRAS-CHAVE:** Teoria de Controle, Controle Robusto, Sistema Levitador Magnético

## INTRODUÇÃO

Os Sistemas de Controle têm desempenhado um papel fundamental na evolução da engenharia e da ciência. Exemplos de sua importância estão nos sistemas de veículos espaciais, sistemas de controle de mísseis, sistemas robóticos e similares, sistemas de controle de pressão, velocidade, temperatura, vazão, etc (Ogata, 2010).

Uma área da tecnologia que atualmente envolve uma grande linha de pesquisa são os sistemas de levitação magnética, que é o processo com o qual se consegue suspender um objeto numa posição estável, contrariando, assim, as forças de gravidade, mediante o uso de forças exercidas sem contato com o objeto. Manter um corpo suspenso no ar, sem qualquer apoio aparente, como que desafiando a lei da gravidade, é reconhecido como fenômeno de levitação (Barbosa et al., 2004).

Este trabalho propõe a aplicação da metodologia de análise intervalar modal descrita em (Prado e Paz, 2008) no projeto de controladores robustos. Para isso foram aplicadas variações nos parâmetros do sistema, gerando, assim, intervalos modais. A substituição dos parâmetros constantes do sistema por intervalos permite tornar os parâmetros do sistema variáveis e, com isso, fazendo uso da aritmética intervalar modal (Sainz et al, 2014), é possível realizar o projeto do controlador robusto.

## MATERIAL E MÉTODOS OU METODOLOGIA (ou equivalente)

Para realizar a modelagem do sistema são usadas as equações diferenciais que podem representar a dinâmica do sistema matematicamente (Dorf e Bishop, 2001). O sistema do Levitador Magnético pode ser dividido em dois subsistemas, o elétrico e o eletromecânico, onde a saída do sistema elétrico serve de entrada para o sistema eletromecânico. Esses sistemas podem ser modelados separadamente. Essa abordagem foi utilizada e as sub-plantas e seus respectivos controladores são apresentados separadamente. Para a parte elétrica do sistema são usadas as leis de Kirchhoff para definir relações entre as tensões e/ou correntes no sistema. A bobina usada no eletroímã tem uma indutância e uma resistência, assim, utilizando as equações diferenciais, a 2ª lei de Kirchhoff, a Lei de Ohm, a Lei da indutância de Faraday e a transformada de Laplace obtemos a seguinte função de transferência para o subsistema elétrico:

$$G_e(s) = \frac{A}{s+B}$$

Equação 1

Onde A = 2,42 e B = 26,6.

De forma análoga fazemos o mesmo processo para o subsistema eletromecânico utilizando as leis de Newton obtemos:

$$G_m(s) = \frac{C}{s^2-D}$$

Equação 2

com C = -19600 e D = 2800.

Para o projeto dos controladores partiu-se da equação de realimentação em malha fechada dada por:

$$Gmf(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}$$

Equação 3

Onde  $C(s)$  representa a função de transferência do controlador e  $G(s)$  é a função de transferência que representa o comportamento dinâmico da planta. Desenvolvendo essa equação para ambos os subsistemas, e utilizando um controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo), dada por,  $C(s) = \frac{Kds^2+Kps+Ki}{s}$  obtemos:

$$Gmf_c(s) = \frac{A(Kpd+Kds+Ki)}{(AKd+1)s^2 + (AKpR+B)s + AKiR} \quad (4)$$

Equação 4

$$Gmf_m(s) = \frac{CKi}{s^3 + CKds^2 + (CKp+D)s + CKiH}$$

Equação 5

Nas equações (4) e (5) R e H, são respectivamente, uma resistência e um conversor de um sinal de posição para um sinal de corrente, pois como nos subsistemas os sinais de entrada não tem a mesma unidade dos sinais de saída, se faz necessário esse tipo de conversão para a realimentação da planta. Para o subsistema elétrico o conversor é uma simples resistência que relaciona diretamente a tensão (entrada) com a corrente (saída), Já para o subsistema eletromecânico H é uma função que relaciona a corrente (entrada) com a posição (saída).

Para encontrar os ganhos do controlador PID é necessário comparar o denominador da equação (4) com a equação (6) que representa a equação padrão de segunda ordem. Dessa forma é possível determinar os valores dos ganhos em função dos parâmetros de desempenho definidos para o sistema, da mesma forma é feito para a equação (5), porém comparando seu denominador com a equação (7), que é o sistema padrão de terceira ordem.

$$s^2 + 2\varepsilon\omega_n + \omega_n^2$$

Equação 6

$$s^3 + (p + 2\varepsilon\omega_n)s^2 + (2p\varepsilon\omega_n + \omega_n^2)s + p\omega_n^2$$

Equação 7

Os parâmetros de desempenho definidos para a planta foram 10% de sobre-elevação máxima e um tempo de acomodação de 0.15s. Esses parâmetros de desempenho resultam em um  $\varepsilon = 0,59$  e um  $\omega_n = 33,89$ .

Para projetar o controlador robusto os parâmetros, tanto da planta, quanto de desempenho do projeto foram variados em 10%. Com isso os valores de A,B,C,D,  $\varepsilon$  e  $\omega_n$  se tornam intervalos, com o valor desses intervalos e aplicando a aritmética intervalar descrita em (Saintz et al, 2014) obtemos o valor para os ganhos do controlador na forma de intervalos, são eles:  $[Kd]' = 0$ ,  $[Kp]' = [5.70420, 5.70523]$  e  $[Ki]' = [498.55, 467.22]$  para o subsistema elétrico e  $[Kd]' = [-0,0040 ; -0,0054]$ ,  $[Kp]' = [-0,2887 ; -0,3265]$  e  $[Ki]' = [-0,0234 ; -0,0372]$  para o subsistema eletromecânico.

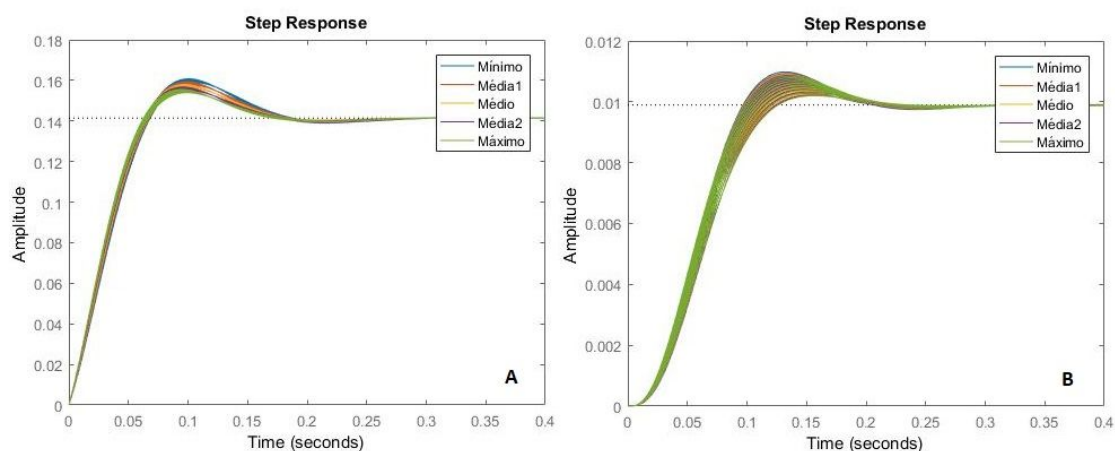
### RESULTADOS E/OU DISCUSSÃO (ou Análise e discussão dos resultados)

Para analisar o controlador proposto, este foi aplicado na planta, por simulação, com parâmetros variáveis, fazendo o sistema resultante responder ao degrau unitário. Os valores de parâmetros da planta (A e B) foram variados de forma a representar os dois extremos dos seus respectivos intervalos, o ponto médio, uma média entre o ponto mínimo e o ponto médio, chamada de Média inferior, e uma média entre o ponto médio e o ponto máximo, chamada de Média superior, esses valores podem ser vistos na Tabela 1. Os valores de  $Kp$  e  $Ki$  foram variados em um conjunto de dez controladores dentro dos intervalos e aplicados a cada uma das variações da planta.

|                       | A            | B            | C             | D           |
|-----------------------|--------------|--------------|---------------|-------------|
| <b>Ponto mínimo</b>   | <b>2,178</b> | <b>23,94</b> | <b>-17640</b> | <b>2520</b> |
| <b>Média inferior</b> | <b>2,299</b> | <b>25,27</b> | <b>-18620</b> | <b>2660</b> |
| <b>Ponto médio</b>    | <b>2,420</b> | <b>26,60</b> | <b>-19600</b> | <b>2800</b> |
| <b>Média superior</b> | <b>2,541</b> | <b>27,93</b> | <b>-20570</b> | <b>2940</b> |
| <b>Ponto máximo</b>   | <b>2,662</b> | <b>29,26</b> | <b>-21560</b> | <b>3080</b> |

**Tabela 1:** Parâmetros do variados referente ao subsistema elétrico e eletromecânico

A Figura 3-A mostra o resultado obtido para o subsistema elétrico do levitador magnético, onde foram aplicados os valores de  $Kp$  e  $Ki$  na equação (4). É possível perceber através da análise do gráfico que o erro de regime foi eliminado e que o sistema atende aos requisitos propostos para todas as variações dos controladores aplicados (dentro dos intervalos definidos por  $Kp$  e  $Ki$ , a cada uma das variações aplicadas sobre a planta original, mantendo sobre-elevação máxima inferior a 11% e tempo de estabelecimento menor que 0.165 segundos (com critério de 5%), que são os valores máximos aceitos após a variação de 10% sobre os requisitos de projeto. No gráfico apresentado e nos que vem a seguir, Média1 corresponde à Média inferior e Média2 corresponde a Média superior e seus valores correspondentes estão na Tabela 1.



**Figura 3:** **A** - Resposta ao degrau do subsistema elétrico. **B** - Resposta ao degrau do subsistema elétrico e eletromecânico.

A Figura 3-B mostra a resposta ao degrau obtido para o subsistema eletromecânico do levitador magnético, onde foram aplicados os valores de  $K_d, K_p$  e  $K_i$  na equação (5). É possível perceber através da análise do gráfico que o erro de regime foi eliminado e que o sistema atende aos requisitos propostos para todas as variações dos controladores aplicados (dentro dos intervalos definidos por  $K_d, K_p$  e  $K_i$ , a cada uma das variações aplicadas sobre a planta original, mantendo sobre-elevação máxima inferior a 11% e tempo de estabelecimento menor que 0.165 segundos (com critério de 5%), que são os valores pretendidos de desempenho após a variação de 10% sobre os requisitos de projeto.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS (ou Conclusão)

Através da análise dos resultados obtidos com o projeto do controlador robusto foi possível perceber que o sistema atende todas as especificações do projeto, eliminando o erro de regime permanente e com um tempo de resposta dentro do limite estipulado. Constatou-se ainda que o sinal de controle assumiu valores ótimos dentro do esperado.

### REFERÊNCIAS

- BARBOSA, L. F. W; COSTA, F; LUDWIG, G. O; NASCIMENTO JR, C. L. 2004. Controle analógico de um levitador magnético (maglev) de simples construção e operação, XV Brazilian Conference on Automatics, Gramado, Brazil.
- DORF, R. C; BISHOP, R. H. 2001. Sistemas de Controle Modernos.
- OGATA, K. (2010). Engenharia de Controle Moderno, Pearson. 5ed. 824p.
- PRADO, M; PAZ, M. (2008). Controle robusto utilizando estrutura pd e análise intervalar modal, XIII Congresso Latinoamericano de Control Automático, Mérida.
- SAINZ, M. A; ARMENGOL, J; CALM, R; HERRERO, P; JORBA, L; VEHI, J. (2014). Modal interval analysis, Lecture Notes in Mathematics 2091.